

1.- Se estima que la función de producto total de una empresa responde a la forma siguiente:  $PT = 10L^2 + 100L - L^3$ .

- a) Calcule las funciones de producto marginal y de producto medio.
- b) Calcule el óptimo técnico de la empresa.
- c) Calcule el máximo técnico de la empresa.
- d) Represente en dos gráficos interrelacionados el producto total por un lado y el producto marginal y producto medio, por otro.

## SOLUCIÓN

- a) Calculamos el producto marginal como la derivada del producto total:

$$PMg = \frac{\partial PT}{\partial L}$$

$$PMg = 20L + 100 - 3L^2$$

Calculamos el producto medio como el cociente del producto total entre  $L$ :

$$PMe = \frac{PT}{L}$$

$$PMe = 10L + 100 - L^2$$

- b) El óptimo técnico se obtiene en la intersección del producto marginal y el producto medio. Ha de coincidir, por definición, con el máximo del producto medio.

Resolvemos igualando las dos funciones:

$$\begin{aligned} PMg &= PMe \\ 20L + 100 - 3L^2 &= 10L + 100 - L^2 \\ -2L^2 + 10L &= 0 \end{aligned}$$

Las dos posibles soluciones son:  $L = 0$  y  $L = 5$ . La primera es consecuencia de que si no se produce nada ( $L = 0$ ), no hay ni producto marginal ni producto medio. La solución válida por tanto es  $L = 5$ .

- c) El máximo técnico nos indica la máxima cantidad que podría producir la empresa. Se trata por tanto del máximo del  $PT$ , o bien, lo que es totalmente equivalente, donde el producto marginal se hace cero.

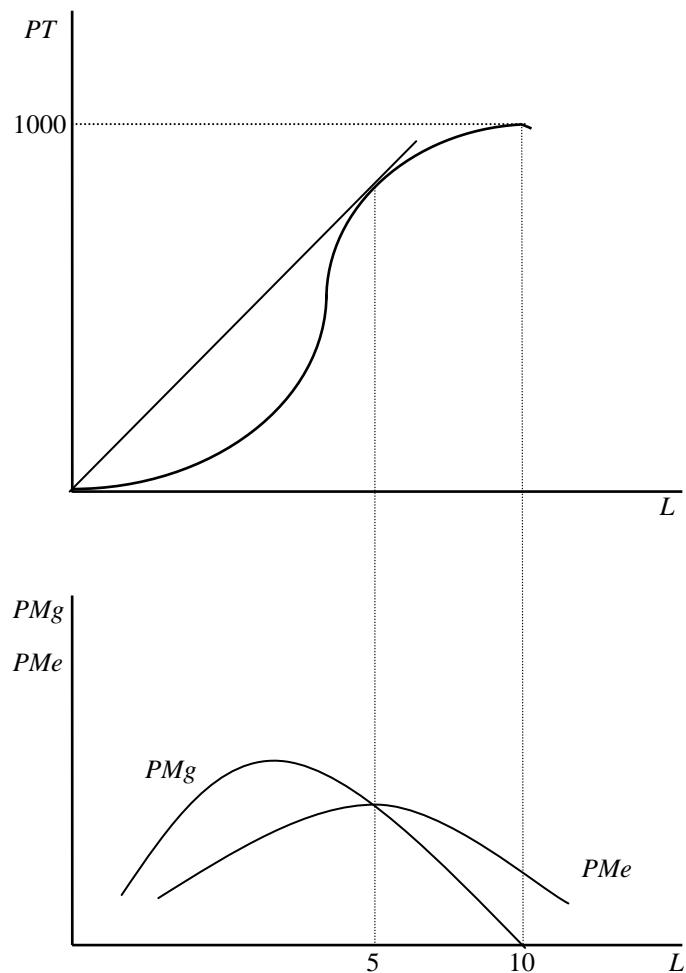
$$\frac{\partial PT}{\partial L} = 0;$$

$$20L + 100 - 3L^2 = 0;$$

$$L = 10$$

Si sustituimos este valor en la función de producto total, obtenemos:  $PT = 1000$ .

- d) La representación gráfica se correspondería, aproximadamente, con la siguiente:



2.- Se estima que la función de producto total de una empresa responde a la forma siguiente:  $PT = 50L - L^2$ .

- a) Calcule las funciones de producto marginal y de producto medio.
- b) Calcule el máximo técnico de la empresa.
- c) Represente en dos gráficos interrelacionados el producto total por un lado y el producto marginal y producto medio, por otro.

### SOLUCIÓN

- a) Calculamos el producto marginal como la derivada del producto total:

$$PMg = \frac{\partial PT}{\partial L}$$

$$PMg = 50 - 2L$$

Calculamos el producto medio como el cociente del producto total entre  $L$ :

$$PMe = \frac{PT}{L}$$

$$PMe = 50 - L$$

- b) El máximo técnico nos indica la máxima cantidad que podría producir la empresa. Se trata por tanto del máximo del  $PT$ , o bien, lo que es totalmente equivalente, donde el producto marginal se hace cero.

$$\frac{\partial PT}{\partial L} = 0;$$

$$50 - 2L = 0;$$

$$L = 25$$

Si sustituimos este valor en la función de producto total, obtenemos:  $PT = 625$ .

- c) La representación gráfica se correspondería, aproximadamente, con la siguiente:

